Тезисы докладов VII Международной конференции
“Когнитивный анализ и управление развитием ситуаций”
М.: ИПУ, 2007

ИСЧИСЛЕНИЕ ПОНЯТИЙ

Выхованец В.С.
(*Институт проблем управления РАН, Москва*)
valery@vykhovanets.ru

Ключевые слова: когнитивное моделирование, формальные теории, понятийная структура, исчисление понятий.

Введение

Одним из значимых признаков когнитивного подхода к моделированию сложных ситуаций является учет специфики мышления на этапе формализации знаний. При этом актуальным видится использование некоторой достаточно общей формальной теории, позволяющей в естественной и полной форме выразить субъективное видение ситуации с учетом когнитивных (познавательных) целей субъекта.

В качестве минимального фрагмента области интерпретации любой формальной теории используется область логической интерпретации. Понятие логической истины достаточно определенно сформулировал Лейбниц [1]. Он назвал формулу логически истинной, если она истинна во всех «мирах», т.е. во всех интерпретациях. Уточнение понятия истины с помощью средств логической семантики осуществлено А. Тарским [2]. Им показано, что термин «истинно» выражает только свойство нашего знания, в частности, свойство высказываний, а не объективной действительности. Следовательно, инвариантность истины в различных областях интерпретации проистекает не из свойств этих областей, а из свойств нашего мышления. После такого уточнения правомерным становится вопрос: существуют ли другие такие семантические инварианты? Единственная известная и синтаксически полная формальная теория – исчисление предикатов первого порядка – акцентирует свое внимание на правилах выражения суждений и построения на их основе умозаключений [3]. Однако, столь же общими для всех областей интерпретации видятся не только правила вывода, сохраняющие истинность, но и правила образования и выражения понятий.

В настоящей работе на основе формализации процесса абстрагирования строится исчисление понятий, претендующее, как и исчисление предикатов, на семантическую инвариантность во всех «мыслимых мирах».

1. Сущности, признаки, понятия

Проблемную область будем рассматривать как совокупность предметной области и решаемых в ней задач (проблем), где под ***предметной областью*** понимается фрагмент реальной (мыслимой) действительности, представляемый некоторой совокупностью принадлежащих ему сущностей.

Сущность, как уникальное представление относительно предметной области, воспринимается некоторой совокупностью своих отличительных признаков. ***Признак*** характеризуется множеством проявлений (значений) и имеет некоторую проблемную интерпретацию (семантическую роль).

Понятие представим не пустым множеством сущностей, объединенных по общности своих признаков. ***Имя*** понятия есть его знаковое выражение. ***Схему*** понятия (shm) зададим набором признаков, характерных для этого понятия. ***Интенсионал*** (int) будем рассматривать как наборы значений взаимосвязанных признаков, позволяющие выделять сущности, принадлежащие понятию и составляющие его ***экстенсионал*** (ext).

Понятие обладает ***фрактальностью***: для его определения используются сущности (единичные понятия) и признаки (простые понятия), причем разделение понятий на сущности и признаки задается активной проблематикой.

2. Образование понятий

Понятия N_j, $j=\overline{0,m-1}$, использованные для образования нового понятия N_G (N_T, N_A, N_C) путем ***обобщения*** (***типиза-***

ции, ***ассоциации***, ***агрегации***), будем называть обобщаемыми (типизируемыми, ассоциируемыми, агрегируемыми). При этом

$$\begin{cases} \operatorname{shm} N_G = \prod\limits_{j=0}^{m-1} \operatorname{shm} N_j\,; \\ \operatorname{int} N_G \supseteq \bigcup\limits_{j=0}^{m-1} \operatorname{int} N_j; \\ \operatorname{ext} N_G \supseteq \bigcup\limits_{j=0}^{m-1} \operatorname{ext} N_j, \end{cases} \qquad \begin{cases} \operatorname{shm} N_T = \prod\limits_{j=0}^{m-1} \operatorname{shm} N_j; \\ \operatorname{int} N_T = \bigcup\limits_{j=0}^{m-1} \operatorname{int} N_j; \\ \operatorname{ext} N_T = \bigcup\limits_{j=0}^{m-1} \operatorname{ext} N_j; \\ \operatorname{key} N_T \subseteq \operatorname{shm} N_T, \end{cases}$$

$$\begin{cases} \operatorname{shm} N_A = \coprod\limits_{j=0}^{m-1} \operatorname{shm} N_j, \\ \operatorname{int} N_A \subseteq \mathop{\times}\limits_{j=0}^{m-1} \operatorname{int} N_j; \\ \operatorname{ext} N_A \subseteq \mathop{\times}\limits_{j=0}^{m-1} \operatorname{ext} N_j; \\ \operatorname{lnk} N_A \subseteq \operatorname{shm} N_A, \end{cases} \qquad \begin{cases} \operatorname{shm} N_C = \coprod\limits_{j=0}^{m-1} \operatorname{shm} N_j; \\ \operatorname{int} N_C = \mathop{\times}\limits_{j=0}^{m-1} \operatorname{int} N_j; \\ \operatorname{ext} N_C = \mathop{\times}\limits_{j=0}^{m-1} \operatorname{ext} N_j. \end{cases}$$

где $\prod$ ($\coprod$) – пересечение (объединение), выполняемое с повторением элементов, $\supseteq$ – включение, $\cup$ ($\times$) – объединение (декартово произведение), $\operatorname{key} N_T$ – подсхема, задающая ключ, $\operatorname{lnk} N_A$ – подсхема, задающая ассоциативную связь.

Заметим, что типизация (агрегация) являются частным или вырожденным случаем обобщения (ассоциации).

3. Понятийная структура

Понятийной структурой $S = \langle N, G, T, A, C \rangle$ называется конечное множество понятий N, на которых заданы четыре конечные множества отображений: обобщения G, типизации T, ассоциации A и агрегации C.

Схема понятия получается из понятийной структуры по рекуррентной процедуре:

– схема простого понятия N равна (N);

– схема понятия-обобщения равна пересечению схем обобщаемых понятий;

– схема понятия-ассоциации равна объединению схем ассоциируемых понятий;

– схема понятия, полученного в результате обобщения и ассоциации, равна объединению схем ассоциируемых понятий, принадлежащая пересечению схем обобщаемых понятий.

4. Формализм

Алфавит исчисления включает следующие знаки: понятий N, N_1, N_2, ...; отсутствия определения понятия $\neg$, операций размеченного объединения и пересечения $(\prod, \coprod)$, строгого и нестрогого включения ($\supset$, $\supseteq$), круглых скобок), (.

Исчисления понятий строится на основе теории множеств с дополнительной ***аксиомой*** существования пустого понятия:

$$\frac{(\,)(\,)}{(\,)},$$

где использована следующая нотация: в числителе задается имя понятия и способы его образования (слева – список обобщения, справа – список ассоциации), а в знаменателе – схема понятия.

Для порождения формул исчисления будем использовать следующие четыре ***правила вывода***:

$$\frac{(\,)(\,)}{(\,)} \overset{\neg N}{\mapsto} \frac{(\,)N(\,)}{(N)};$$

$$\frac{(\ldots)N_1(\ldots)}{\operatorname{shm} N_1}\ldots\frac{(\ldots)N_m(\ldots)}{\operatorname{shm} N_m} \underset{\prod_{i=1}^{m}\operatorname{shm} N_i \supset \{\}}{\overset{\neg N}{\mapsto}} \frac{(N_1 \ldots N_m)N(\,)}{\prod_{i=1}^{m}\operatorname{shm} N_i};$$

$$\frac{(\ldots)N_1(\ldots)}{\operatorname{shm} N_1}\ldots\frac{(\ldots)N_m(\ldots)}{\operatorname{shm} N_m} \underset{\coprod_{i=1}^{m}\operatorname{shm} N_i \supset \{\}}{\overset{\neg N}{\mapsto}} \frac{(\,)N(N_1 \ldots N_m)}{\coprod_{i=1}^{m}\operatorname{shm} N_i};$$

$$\frac{(\ldots)N_1(\ldots)}{\operatorname{shm} N_1}\ldots\frac{(\ldots)N_m(\ldots)}{\operatorname{shm} N_m} \underset{\prod_{i=1}^{t}\operatorname{shm} N_i \supseteq \coprod_{j=t+1}^{m}\operatorname{shm} N_j}{\overset{\neg N}{\mapsto}} \frac{(N_1 \ldots N_t)N(N_{t+1} \ldots N_m)}{\coprod_{j=t+1}^{m}\operatorname{shm} N_j},$$

где в левой части правил (до знака вывода $\mapsto$) задаются посылки, а в правой части – заключение; над и под знаком вывода указаны условия применения правил.

Заключение

В отличие от таких формализмов как концептуальный анализ (Никаноров, 1972), семантическая сеть (Коллинз и Квилиан, 1969; Цейтин, 1985), исчисление предикатов (Кольмероэ, 1975), теория концептуальной зависимости (Шенк и Ригер, 1974), концептуальное моделирование (Плесневич, 2004), формальный анализ понятий (Вилли и Гантер, 1999), концептуальные графы (Сова, 1984), категорный подход (Бениаминов, 2003), EER-модель (Чен, 1976; Броди и Мулополос, 1984) исчисление понятий строится на четырех видах отображений понятий, соответствующих четырем универсальным формам абстрагирования. Благодаря этому отличиями предлагаемого формализма от перечисленных подходов является: отсутствие разделения терминов на понятия, связи, сущности и признаки; явное выражение типизации понятий; представление ассоциаций как самостоятельного понятия; определение понятий, которые одновременно могут быть как обобщением, так и ассоциацией других понятий; семантическая прозрачность описания, не требующая для своей интерпретации привлечения предметных знаний.

Литература

1. ЛЕЙБНИЦ Г.В. *Сочинения*: В 4-х т. Т. 3. М.: Мысль, 1984.
2. ТАРСКИЙ А. *Введение в логику и методологию дедуктивных наук*. М.: Изд-во иностр. лит., 1948.
3. ЭДЕЛЬМАН С.Л. *Математическая логика*. М., Наука, 1975.