

О СУЩЕСТВЕННОЙ НЕПОЛНОТЕ ФОРМАЛЬНЫХ ТЕОРИЙ

Выхованец В.С.

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН

ул. Профсоюзная, 65, Москва, Россия

valery@vykhovanets.ru

Формальный метод, заключающийся в фиксации конечного алфавита, исходного разрешимого множества аксиом и конечного множества правил вывода, а также в определении эффективной процедуры вывода допустимых в этой теории текстов, оказался применимым только для задания перечислимых множеств строк конечной длины, что связано с рекурсивной перечислимостью множества строк формальных теорий. Однако на любом конечном алфавите существует более чем счетное множество языков, понимаемых как произвольные множества строк конечной длины. Последнее следует из счетности множества строк в конечном алфавите, и более чем счетной мощности множества их подмножеств (теорема Кантора).

Таким образом, существует континуум языков, которые назовем неперечислимыми, и которые не имеют конструктивных средств порождения (распознавания) принадлежащих им строк. Более того, найти такие средства в принципе не представляется возможным. Следовательно, неперечислимые языки непосредственно не могут быть использованы для построения исчерпывающей математической модели, впрочем, как и любой другой теории, претендующей на конечность средств описания.

Этот факт нашел свое отражение в известной теореме Геделя о неполноте, утверждающей существование утверждений (строк), которые не только не могут быть выведены в достаточно богатых формальных теориях, но и для которых не может быть также показана их невыводимость. Более того, любая такая строка, будучи добавлена в множество аксиом формальной теории, не делает эту теорию полной. Об этом, в частности, свидетельствуют отрицательные результаты, полученные при попытке формализовать синтаксис и семантику естественных языков.

Однако, внешняя репрезентация понятий в словесно-логической форме видится единственной и принципиально необходимой формой представления и обработки знаний. По этой причине предлагаемый проблемный подход и пополняемое множество форм многоаспектного (возможно даже противоречивого) выражения понятий является некоторым неизбежным компромиссом между понятием как когнитивным феноменом и понятием как сложно организованной совокупностью существенных признаков, используемой для репрезентации понятия в словесно-логической форме.

Для формальной спецификации предметной области воспользуемся двумя формальными системами. Первую формальную систему – исчисление понятий, применим для выражения инвариантных свойств предметных областей. К инвариантным свойствам отнесем свойства понятийных структур предметных областей. Вторая формальная система – специализированный предметный язык, строится для каждой предметной области и используется для описания специфических ее свойств.

Описываемый подход базируется на невозможности однозначной и непротиворечивой семиотической репрезентации достаточно сложных областей знаний. Последнее, в частности, приводит к необходимости создания специализированного предметного языка, или проблемного языка, для описания некоторой проблемной области. Только при проблемном подходе, когда число проблемных языков, применяемых для описания одной и той же предметной области, ничем не ограничено, появляется возможность рассматривать все их комбинации как некоторое «интегральное» языковое средство, с помощью которого возможно порождение произвольного множества строк (в том числе и неперечислимого), предназначенного для исчерпывающего (полного) описания некоторой области знания.