

ИНТЕРВАЛЬНАЯ ДИНАМИЧЕСКАЯ ЛОГИКА

А.Е. Вергер, В.С. Выхованец

*Институт проблем
управления РАН, Москва,
Россия*

Темпоральные логики

- Используются для описания и исследования причинно-следственных зависимостей, развивающихся во времени, при решении задач:
 - мониторинга и прогнозирования
 - верификации моделей
 - спецификации и верификации программ
 - обработки и анализа данных (анализ временных рядов)

Интервальная логика Аллена



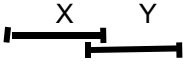
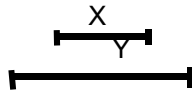
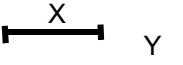
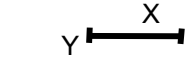
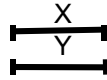
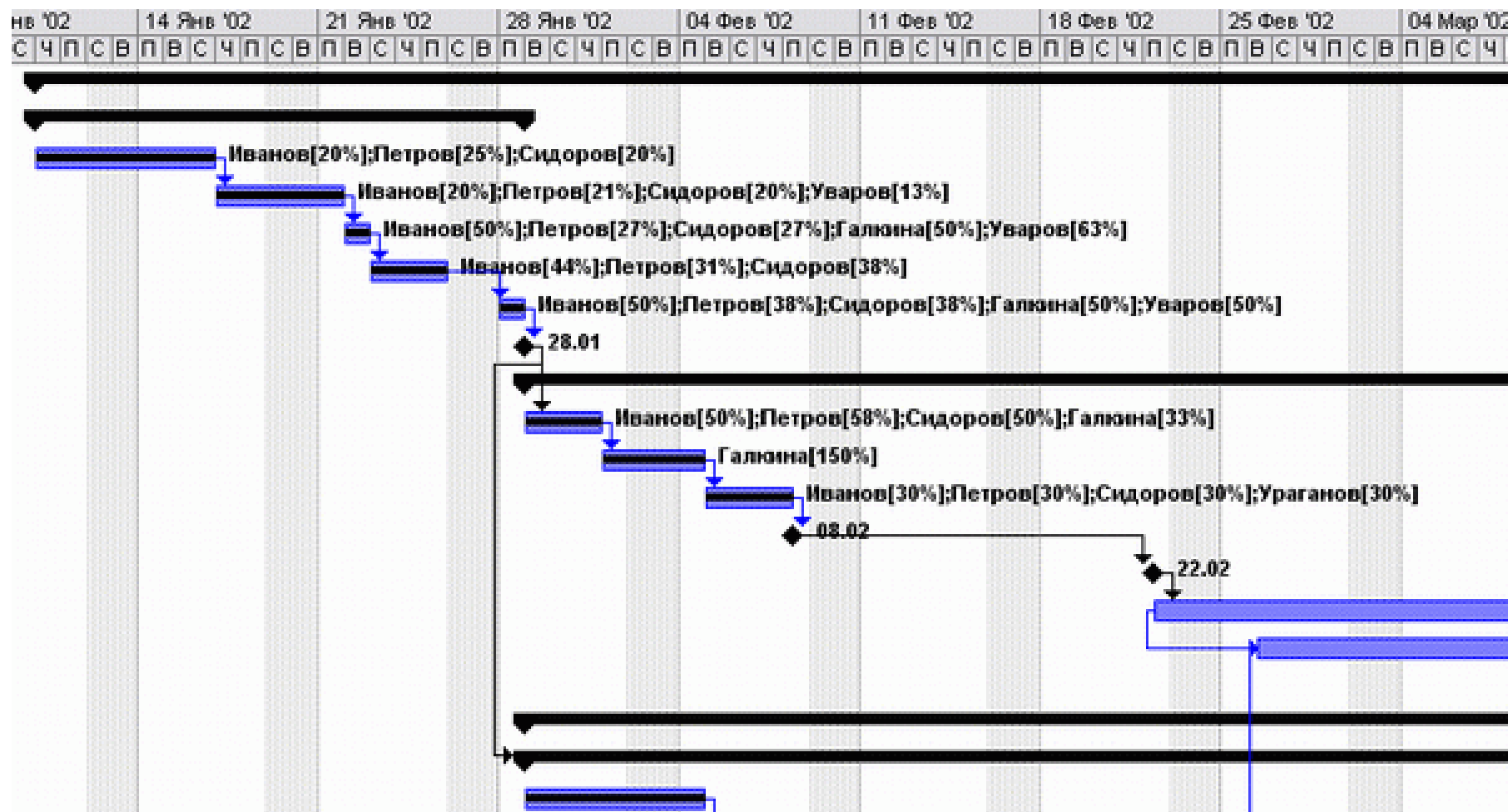
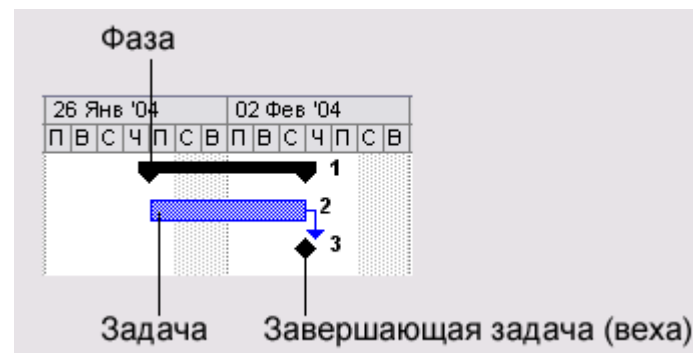
Отношение и его инверсия	Обозначения	Иллюстрация	Отношения между конечными точками
X before Y	b		$X^- < Y^-$, $X^- < Y^+$, $X^+ < Y^-$, $X^+ < Y^+$
Y after X	bi		
X meets Y	m		$X^- < Y^-$, $X^- < Y^+$, $X^+ = Y^-$, $X^+ < Y^+$
Y met-by X	mi		
X overlaps Y	o		$X^- < Y^-$, $X^- < Y^+$, $X^+ > Y^-$, $X^+ < Y^+$
Y overlapped-by X	oi		
X during Y	d		$X^- > Y^-$, $X^- < Y^+$, $X^+ > Y^-$, $X^+ < Y^+$
Y includes X	di		
X starts Y	s		$X^- = Y^-$, $X^- < Y^+$, $X^+ > Y^-$, $X^+ < Y^+$
Y started-by X	si		
X finishes Y	f		$X^- > Y^-$, $X^- < Y^+$, $X^+ > Y^-$, $X^+ = Y^+$
Y finished-by X	Fi		
X equals Y	E		$X^- = Y^-$, $X^- < Y^+$, $X^+ > Y^-$, $X^+ = Y^+$

Диаграмма Ганта



Пропозиционная логика

Пратта

- Два типа переменных:
 - Пропозиционные переменные типа A, B и т.д.
 - Программы α, β, \dots
- Модальные операторы для программ:
 - Композиции $\alpha ; \beta$ (выполнение α , потом β)
 - Объединения $\alpha \cup \beta$ (выполнение α или β)
 - Итерации α^* (защипливание α)
- Операторы преобразования:
 - Оператор теста $A?$ (для преобразования пропозиционного высказывания A в программу)
 - Оператор $[\alpha]A$ для преобразования программы в пропозиционное высказывание A

Язык PDL

Условный оператор ЯП:

if A then α else β

Логика Пратта:

$(A?; \alpha) \cup (\neg A?; \beta)$

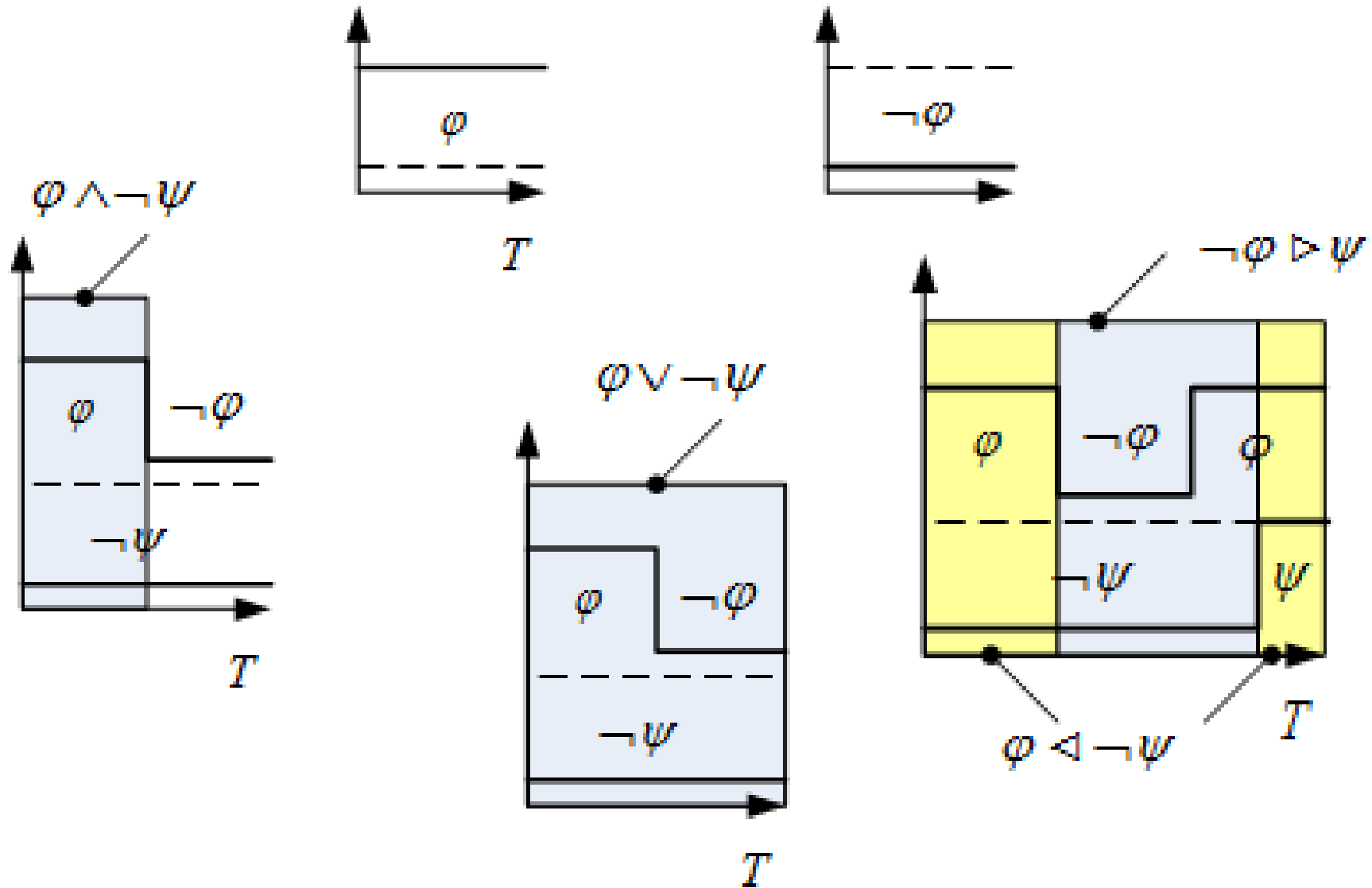
Интервальная динамическая логика (ИДЛ)

- Динамическая концепция времени
- Интервальное описание времени

Синтаксис ИДЛ

- Счетное множество F атомарных формул типа A, B, \dots ;
- Составные формулы:
 - атомарные формулы из F есть формулы;
 - 0 есть формула;
 - если φ – формула, то и $\neg\varphi$ является формулой;
 - если φ и ψ – формулы, то и $(\varphi \wedge \psi)$, $(\varphi \vee \psi)$, $(\varphi \triangleright \psi)$ и $(\varphi \triangleleft \psi)$ формулы.
- Константа 1 и операции \rightarrow , \leftrightarrow , \oplus выражаются традиционным образом

Семантика ИДЛ



Аксиоматика ИДЛ

- Аксиоматика исчисления высказываний
- Дополнительные аксиомы:

$$\neg(\varphi \triangleright \psi) \leftrightarrow \neg\varphi \triangleleft \neg\psi$$

$$\neg(\varphi \triangleleft \psi) \leftrightarrow \neg\varphi \triangleright \neg\psi$$

$$(\varphi \wedge \psi) \triangleright \chi \leftrightarrow (\varphi \triangleright \chi) \wedge (\psi \triangleright \chi) \quad (\varphi \wedge \psi) \triangleleft \chi \leftrightarrow (\varphi \triangleleft \chi) \wedge (\psi \triangleleft \chi)$$

$$\varphi \triangleright (\psi \wedge \chi) \leftrightarrow (\varphi \triangleright \psi) \wedge (\varphi \triangleright \chi) \quad \varphi \triangleleft (\psi \wedge \chi) \leftrightarrow (\varphi \triangleleft \psi) \wedge (\varphi \triangleleft \chi)$$

$$(\varphi \vee \psi) \triangleright \chi \leftrightarrow (\varphi \triangleright \chi) \vee (\psi \triangleright \chi) \quad (\varphi \vee \psi) \triangleleft \chi \leftrightarrow (\varphi \triangleleft \chi) \vee (\psi \triangleleft \chi)$$

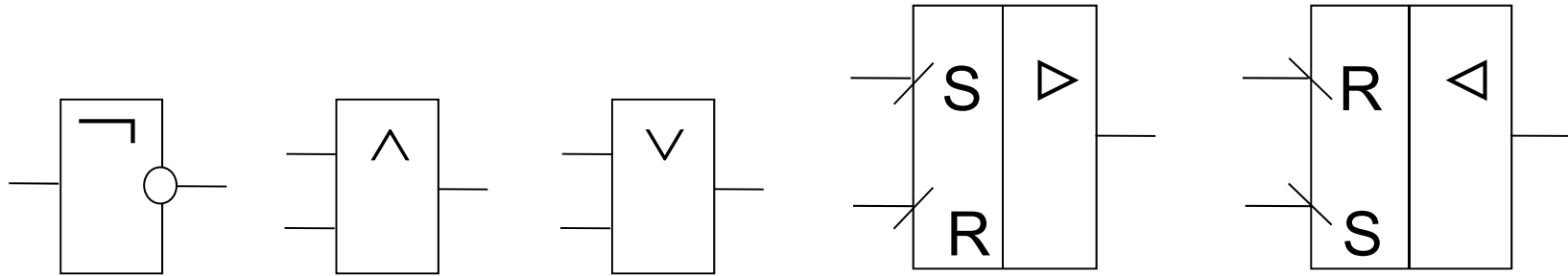
$$\varphi \triangleright (\psi \vee \chi) \leftrightarrow (\varphi \triangleright \psi) \vee (\varphi \triangleright \chi) \quad \varphi \triangleleft (\psi \vee \chi) \leftrightarrow (\varphi \triangleleft \psi) \vee (\varphi \triangleleft \chi)$$

$$0 \triangleright 0 \leftrightarrow 0 \quad 0 \triangleright 1 \leftrightarrow 0 \quad 1 \triangleright 0 \leftrightarrow 1 \quad 1 \triangleright 1 \leftrightarrow 0$$

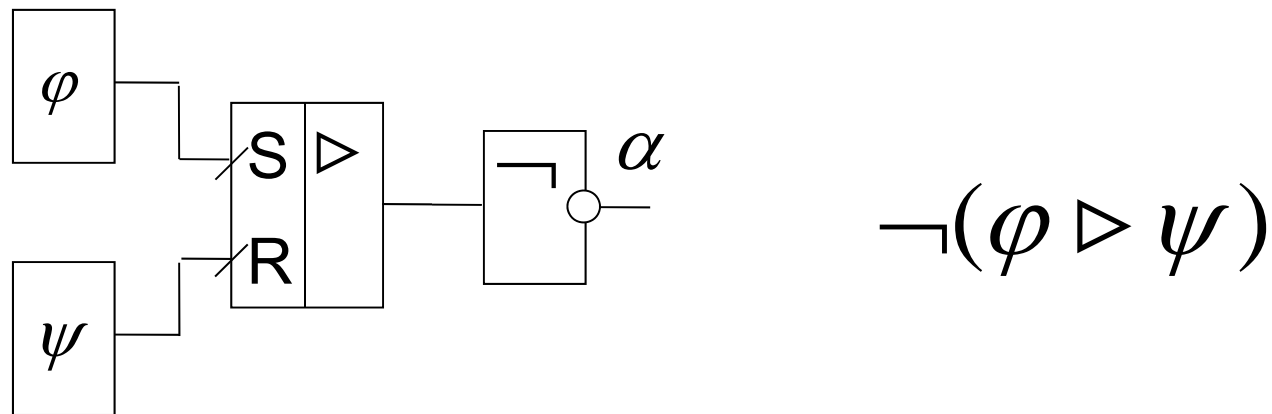
$$0 \triangleleft 0 \leftrightarrow 1 \quad 0 \triangleleft 1 \leftrightarrow 0 \quad 1 \triangleleft 0 \leftrightarrow 1 \quad 1 \triangleleft 1 \leftrightarrow 1$$

Прагматика ИДЛ

- Логические элементы:



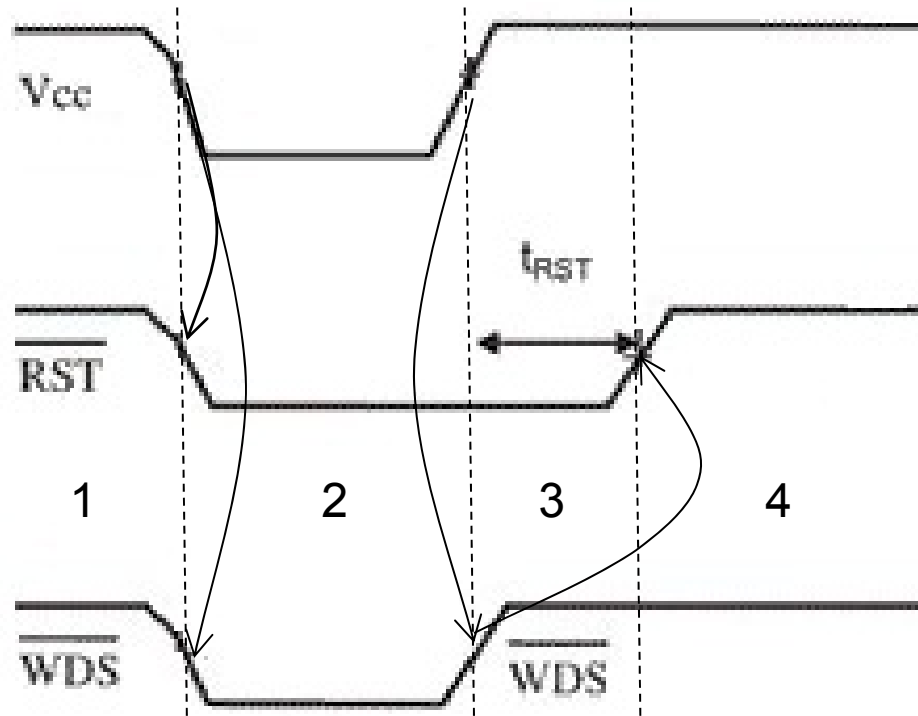
Построение комбинационной схемы:



Свойства ИДЛ

- Аксиомы ИДЛ - тождественно-истинные высказывания
- Интервальная динамическая логика непротиворечива, полна и разрешима

Задача синтеза



Описание временной диаграммы функционирования некоторого абстрактного устройства на языке ИДЛ:

$$(V_{cc} \wedge \neg RST \wedge \neg WDS) \vee$$

$$(\neg(V_{cc} \triangleleft WDS) \wedge \neg V_{cc} \wedge RST \wedge WDS) \vee$$

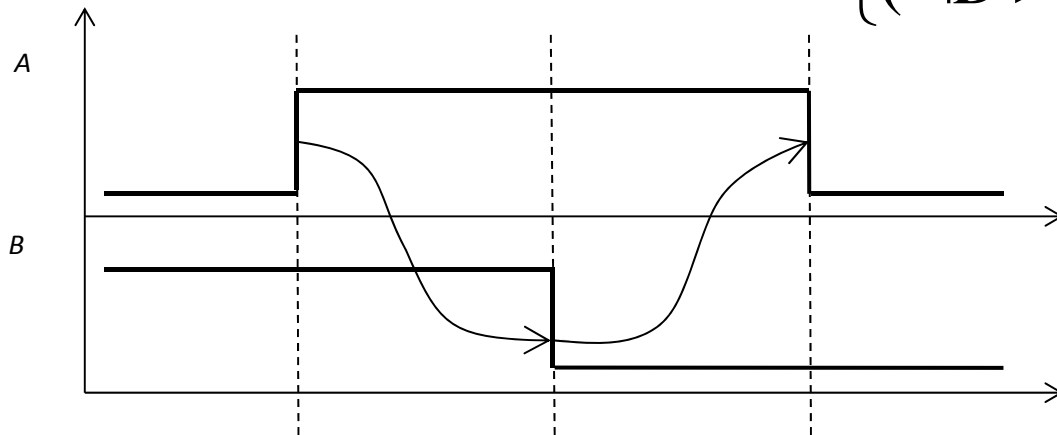
$$((\neg WDS \triangleright \neg RST) \wedge V_{cc} \wedge RST \wedge \neg WDS)$$

Задача анализа

$$((\neg A \triangleleft 0) \wedge \neg A \wedge B) \vee ((A \triangleright \neg B) \wedge A \wedge B) \vee$$

$$(\neg(B \triangleleft A) \wedge A \wedge \neg B) \vee ((\neg A \triangleright 1) \wedge \neg A \wedge \neg B)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (\neg A \triangleright 1) \wedge \neg A \wedge \neg B; \\ (\neg A \triangleleft 0) \wedge \neg A \wedge B; \\ (A \triangleright \neg B) \wedge A \wedge B; \\ \neg(B \triangleleft A) \wedge A \wedge \neg B. \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} (A \triangleright \neg B) \wedge A \wedge B; \\ \neg(B \triangleleft A) \wedge A \wedge \neg B, \\ (A \triangleright \neg B) \wedge A \wedge B; \\ (\neg B \triangleright \neg A) \wedge A \wedge \neg B. \end{array} \right.$$



Области применения ИДЛ

- Мониторинг динамических процессов
- Управление динамическими объектами
- Синтез и анализ временных диаграмм (циклограмм)
- Описание и тождественные преобразования схем из логических элементов
- Верификация моделей
- Спецификация и верификация программ

Выводы

- Реализована и статическая и динамическая концепция времени
- Задача анализа менее трудоемка чем решение аналогичной задачи в других логиках
- Наличие развитых средств их тождественных преобразований
- Простота интерпретации формул