ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕРВАЛЬНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ ДЛЯ МОНИТОРИНГА КРУПНОМАСШТАБНЫХ ПРОЦЕССОВ

А.Е. Вергер, Выхованец В.С.
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва
mail@averger.com, valery@vykhovanets.ru

Ключевые слова: крупномасштабный процесс, темпоральная логика, интервальная динамическая логика, динамическая модель процесса, временная диаграмма.

Введение

Существует класс задач, которые возникают при мониторинге процессов, описываемых дискретными и аналоговыми сигналами. Постановка таких задач базируется на автоматных моделях с памятью, где автоматные модели представляются как состоящие из конечного автомата и запоминающих устройств (очередь, стек, запоминающее устройство с произвольным доступом).

Несмотря на кажущуюся сложность автоматных моделей, в основе их описания лежит аппарат математической логики, но интерпретируемый во времени – описание функционирования автомата представляется в виде распределенных во времени элементарных действий, каждое из которых описывается дискретной (логической) функцией. В итоге имеем, что в теории автоматов время дискретно, а поведение автомата описывается как простая линейная последовательность событий.

Ограниченность автоматной концепции времени привела к созданию и использованию временных (темпоральных) логик, в которых непосредственно изучаются высказывания с истинностными значениями, изменяющимися во времени. Все временные логики принято делить на три класса [1]: первопорядковые, модальные и интервальные.

В первопорядковой временной логике, как это имеет место и в общей теории автоматов, времени не приписывается особой роли, оно выражается лишь переменной, наряду с пространственными координатами или другими предметными переменными [2]. В модальных логиках используется лучевое представление времени, что приводит к проблемам выражения высказываний, заданных на конечных интервалах [3]. В интервальных логиках возможно выделение не только бесконечных лучей времени, но и конечных интервалов [4]. Однако имеются существенные вычислительные трудности поиска согласующего сценария, стыкующего различные интервалы времени.

Таким образом, для предметных областей, изменяющихся во времени, плохо применимыми оказались и классические и неклассические логики. Последнее связывается с тем, что в этих логиках используется статическая концепция времени, в которой моменты времени отождествляются с числами, на множестве которых задан естественный (линейный) порядок, интерпретируемый как отношение «раньше» [5]. Также постулируется, что все моменты времени существуют вместе и могут рассматриваться как единая совокупность, ни один из моментов не имеет преимуществ перед другим, а разделение событий на прошлые, настоящие и будущие условно и зависит от выбора точки отсчета. Все это, в частности, приводит к известной проблеме отражения времени в современных интеллектуальных системах [6]. Однако известные динамические логики оказались очень сложными, так как для интерпретации формул используют модели Крипке, строящиеся на понятиях состояния процесса и траектории его изменения.

Настоящая работа посвящена новой временной логике, реализующей динамическую концепцию времени и сохраняющей интервальное его описание.

1. Модальная логика

В модальной временной логике суть нововведений заключается в добавлении к классическим логическим связкам модальных операторов. Например, модальные операторы Until, Release, Next, Future, Globally, All и Exists логики Приора [3] выражают высказывания, истинные на точках, либо – с помощью производных операторов – на лучах времени, направленных в прошлое или будущее. Однако имеются события, которые происходят на конечных временных интервалах, поэтому чисто точечные или лучевые временные логики не могут выражать все типы высказываний.

2. Интервальная логика

Современные представления о времени позволяют использовать сразу несколько отношений порядка, не только «раньше» и «позже», но и «строго раньше», «примыкает», «пересекается», «включает в себя» и т.д.

Такие отношения используются в интервальной временной логике, где становится возможной квантификация и подстановка высказываний в качестве аргументов временных предикатов. В частности, в интервальной логике Аллена используется тринадцать базисных временных предикатов: Before, After, Meets, Met-By, Overlap, Overlapped-By, During, Includes, Starts, Started-By, Finishes, Finished-By и Equals, что позволяет выражать высказывания, не выходя за пределы языка классической логики первого порядка [4]. В этой логике атомарная формула $X \nabla Y$, где X и Y интервалы, а ∇ – временной предикат, выполнима в некоторой интерпретации, если сохраняется отношение ∇ между конечными точками интервалов.

Для представления неопределенного (нечеткого) отношения между интервалами используется объединение базисных отношений, которые принадлежат множеству из 2^{13} подмножеств множества базовых интервальных отношений. В этом случае формула вида $X\,\{\nabla_1, \nabla_2, \ldots, \nabla_n\}\,Y$ выполнима в некоторой интерпретации, если все формулы $X \nabla_i Y$ ($i = 1, 2, ..., n$) выполнимы в этой интерпретации.

Основным недостатком интервальных логик является наличие трудноразрешимой проблемы вывода, которая заключается в экспоненциальном времени, необходимом для определения существования модели для заданного множества интервальных формул, а также для поиска минимального отношения для каждой пары интервалов – нахождения согласующего сценария.

3. Динамическая логика

В динамической концепции времени постулируется существование только выделенного момента времени – настоящего, однозначно разделяющего прошлое и будущее, причем прошлое считается уже не существующим, а будущее – еще не существующим. В этом случае время непрерывно «течет», т.е. постулируется «стрела времени» и необратимость времени [7]. Типичным примером динамической логики может служить динамическая логика Пратта [8], используемая для описания поведения программ.

Логика Пратта – это модальная логика, порожденная идеей связать каждую программу α с некоторой ее модальностью $[\alpha]$. Синтаксически язык этой логики содержит два типа переменных: пропозиционные переменные и программы. Модальные операторы применимы к программам и включают операторы композиции $\alpha\,;\beta$ (выполнение α, потом β), объединения $\alpha \cup \beta$ (выполнение α или β) и итерации $\alpha *$ (зацикливание α), где α и β – некоторые программы. Для преобразования пропозиционного высказывания A в программу используется оператор теста $A?$, который интерпретируется так: если A истинно, то программа $A?$ завершается, иначе ничего не выполняется.

Для преобразования программы в пропозиционное высказывание используется оператор $[\alpha]A$, интерпретируемый так: каждое выполнение программы из любого состояния предметной области делает это состояние таким, что выполняется A.

Например, условный оператор $\mathrm{if}\, A\, \mathrm{then}\, \alpha\, \mathrm{else}\, \beta$ языков программирования может быть описан в логике Пратта как $(A?;\alpha) \cup (\neg A?;\beta)$. Очевидным недостатком такой логики является то, что состояние предметной области, которые изменяют программы, не имеет явного выражения в ее языке.

Для описания таких состояний применяется другая формальная теория – модель Крипке M вида $< S, V, T >$, где S – конечное множество абстрактных состояний, V – отображение, сопоставляющее каждой пропозиционной формуле множество ее абстрактных состояний, а T – отображение, сопоставляющее каждой программе некоторое множество ее траекторий, понимаемых как конечные последовательности абстрактных состояний.

При описании семантики формул логики Пратта в модели Крипке используются достаточно сложные правила интерпретации: $s \in V(A \& B) \leftrightarrow s \in V(A) \& s \in V(B)$, и т.п., а также $T(\alpha \cup \beta) \to T(\alpha) \cup T(\beta)$, $T(\alpha\,; \beta) \to T(\alpha) \cdot T(\beta)$, и т.п., где s – некоторое состояние, а операции $\cup$ и $\cdot$ – соответственно объединение и стыковка траекторий.

4. Интервальная динамическая логика

Поставим задачу реализации динамической концепции времени таким образом, чтобы стала возможным получение, в том числе, и интервальных описаний моделируемых процессов. Это позволит при сохранении динамического характера описания процессов получать, в случае необходимости, хорошо интерпретируемые и понятные интервальные описания.

4.1. Синтаксис

Синтаксис интервальной динамической логики базируется на следующих счетных множествах атомарных формул:

– на множестве атомарных логических формул Λ, состоящем из логических предметных переменных A, B, C, …, принимающих истинностные значения;

– на множестве атомарных числовых формул M, состоящем из числовых предметных переменных a, b, c, …, принимающих значения на множестве целых чисел;

– на множестве предикатов Π, зависящих от конечного числа аргументов и принимающих истинностные значения.

– на множестве функторов Φ, зависящих от конечного числа аргументов и принимающих числовые значения.

Составные формулы определяются так:

– каждая формула из Λ есть логическая формула, а из M – числовая;

– логическая константа 0 (ложь) является логической формулой, а числовые константы – числовыми формулами;

– если π – предикат из Π, зависящий от n аргументов, а ρ_1, ρ_2, …, ρ_n – числовые или логические формулы, то $\pi(\rho_1, \rho_2, \ldots, \rho_n)$ является логической формулой.

– если ϕ – функтор, принадлежащий множеству Φ и зависящий от n аргументов, а ρ_1, ρ_2, …, ρ_n – числовые или логические формулы, то $\phi(\rho_1, \rho_2, \ldots, \rho_n)$ является числовой формулой.

Введем в Π стандартные логические связки: $\neg$ (отрицание), $\wedge$ (конъюнкция) и $\vee$ (дизъюнкция), темпоральные операторы: $\triangleright$ (стрелка вправо) и $\triangleleft$ (стрелка влево), а также предикаты сравнения < (меньше) и = (равно). Тогда:

– если φ – логическая формула, то и $\neg\varphi$ является логической формулой;

– если φ и ψ – логические формулы, то и $(\varphi \wedge \psi)$, $(\varphi \vee \psi)$, $(\varphi \triangleright \psi)$ и $(\varphi \triangleleft \psi)$ – логические формулы;

– если φ и ψ – числовые формулы, то и $(\varphi < \psi)$, $(\varphi = \psi)$ – логические формулы;

Введем в Φ стандартные арифметические операции: – (изменение знака), $+$ (сложение), $\cdot$ (умножение), $/$ (деление), $\%$ (остаток от деления). Тогда если φ и ψ – числовые формулы, то и $-\varphi$, $(\varphi + \psi)$, $(\varphi \cdot \psi)$, (φ / ψ) и $(\varphi \% \psi)$ – числовые формулы;

Константа 1 и логические операции $\to$, $\leftrightarrow$, $\oplus$ определяются традиционным образом: $1 \sim \neg 0$, $\varphi \to \psi \sim \neg\varphi \vee \psi$, $\varphi \leftrightarrow \psi \sim (\varphi \to \psi) \wedge (\psi \to \varphi)$, $\varphi \oplus \psi \sim \neg(\varphi \leftrightarrow \psi)$, где φ и ψ – логические формулы, а ~ – знак синтаксической эквивалентности (подстановки).

Аксиоматика интервальной динамической логики наследует аксиоматику исчисления высказываний и аксиоматику арифметики [9], а также включает следующие дополнительные аксиомы:

A0) $\neg(\varphi \triangleright \psi) \leftrightarrow \neg\varphi \triangleleft \neg\psi$;

A1) $\neg(\varphi \triangleleft \psi) \leftrightarrow \neg\varphi \triangleright \neg\psi$;

A2) $(\varphi \wedge \psi) \triangleright \chi \leftrightarrow (\varphi \triangleright \chi) \wedge (\psi \triangleright \chi)$;

A3) $(\varphi \vee \psi) \triangleright \chi \leftrightarrow (\varphi \triangleright \chi) \vee (\psi \triangleright \chi)$;

A4) $\varphi \triangleright (\psi \wedge \chi) \leftrightarrow ((\chi \wedge \varphi) \triangleright \psi) \vee ((\psi \wedge \varphi) \triangleright \chi)$;

A5) $\varphi \triangleright (\psi \vee \chi) \leftrightarrow ((\chi \vee \varphi) \triangleright \psi) \wedge ((\psi \vee \varphi) \triangleright \chi)$;

A6) $(\varphi \wedge \psi) \triangleleft \chi \leftrightarrow (\varphi \triangleleft \chi) \wedge (\psi \triangleleft \chi)$;

A7) $(\varphi \vee \psi) \triangleleft \chi \leftrightarrow (\varphi \triangleleft \chi) \vee (\psi \triangleleft \chi)$;

A8) $\varphi \triangleleft (\psi \wedge \chi) \leftrightarrow ((\varphi \wedge \chi) \triangleleft \psi) \vee ((\psi \wedge \varphi) \triangleleft \chi)$;

A9) $\varphi \triangleleft (\psi \vee \chi) \leftrightarrow ((\varphi \vee \chi) \triangleleft \psi) \wedge ((\psi \vee \varphi) \triangleleft \chi)$,

где φ, ψ и χ – логические формулы, а операции $\triangleright$ и $\triangleleft$ таковы, что

T0) $0 \triangleright 0 \leftrightarrow 0$, $0 \triangleright 1 \leftrightarrow 1$, $1 \triangleright 0 \leftrightarrow 0$, $1 \triangleright 1 \leftrightarrow 0$.

T1) $0 \triangleleft 0 \leftrightarrow 1$, $0 \triangleleft 1 \leftrightarrow 1$, $1 \triangleleft 0 \leftrightarrow 0$, $1 \triangleleft 1 \leftrightarrow 1$;

4.2. Семантика

Выберем в качестве стандартной области интерпретации интервальной динамической логики логическую область. Будем предполагать, что предметные (пропозиционные) переменные имеют истинностные значения, которые изменяются во времени. В этом случае каждую предметную переменную можно представить как интервал времени, формируемый из тех его моментов, при которых эта переменная выполнима, т.е. имеет истинное значение.

Интерпретация операций $\neg$, $\wedge$ и $\vee$ стандартная (рис. 1). Это логические связки НЕ, И и ИЛИ соответственно. В свою очередь операции $\triangleright$ и $\triangleleft$ являются темпоральными и предназначены для конструирования интервалов, не выразимых формулами со стандартными логическими операциями. Так формула $\varphi \triangleright \psi$ имеет исходное значение 0 и принимает значение φ в момент выполнения ψ. В противоположность этому формула $\varphi \triangleleft \psi$ имеет исходное значение 1 и принимает значение φ в момент выполнения $\neg\psi$.

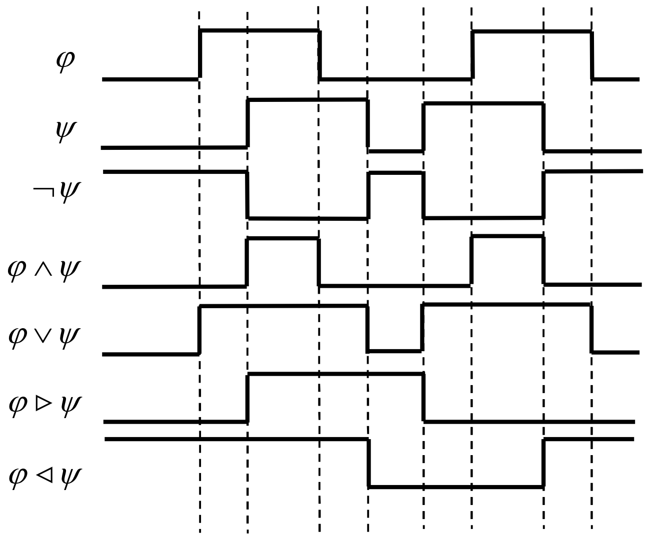

Рис. 1. Интерпретация операций

Теорема 1. *Интервальная динамическая логика непротиворечива, полна и разрешима в логической области интерпретации.*

Теорема 2. *Каковы бы ни были одновременные изменения значений логических формул φ и ψ, итоговые значения темпоральных операторов $\varphi \triangleright \psi$ и $\varphi \triangleleft \psi$ описываются формулами T0 и T1 соответственно.*

Теорема 3. *В интервальной динамической логике для любых формул φ, ψ, χ и константы κ справедливы следующие тождества:*

$$\varphi \triangleright \kappa \leftrightarrow 0, \ \varphi \triangleleft \kappa \leftrightarrow 1; \tag{1}$$

$$\varphi \rhd \varphi \leftrightarrow 0\,,\;\; \varphi \lhd \varphi \leftrightarrow 1\,. \tag{2}$$

$$(\varphi \rhd \psi) \wedge (\psi \rhd \varphi) \leftrightarrow 0\,,\;\; (\varphi \lhd \psi) \vee (\psi \lhd \varphi) \leftrightarrow 1\,. \tag{3}$$

Для выражения полуинтервалов в интервальной динамической логике используются следующие логические формулы:

$$\neg\varphi \rhd \varphi\,, \quad \neg\varphi \lhd \varphi\,. \tag{4}$$

В этом случае первая формула выражает полуинтервал $[t_\kappa,+\infty)$, значение t_φ которого совпадает с моментом первой выполнимости формулы φ, а вторая формула – полуинтервал $(-\infty,t_\varphi]$, значение t_φ которого совпадает с моментом первой выполнимости формулы $\neg\varphi$ (рис. 2). Для удобства записи введем следующие синтаксические эквивалентности:

$$\neg\varphi \rhd \varphi \sim \Delta\varphi\,,\; \neg\varphi \lhd \varphi \sim \nabla\varphi\,. \tag{5}$$

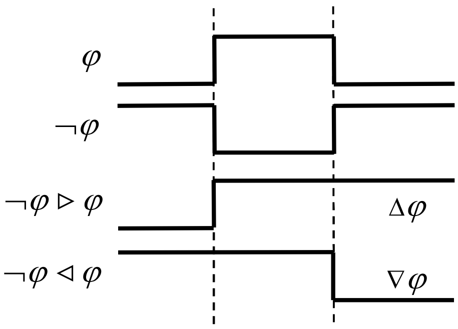

Рис. 2. Полуинтервалы

Теорема 4. *Для любых формул φ, ψ и константы κ справедливы следующие тождества:*

$$\Delta\kappa \leftrightarrow 0\,, \quad \nabla\kappa \leftrightarrow 1\,; \tag{6}$$

$$\Delta\nabla\varphi \leftrightarrow 0\,, \quad \nabla\Delta\varphi \leftrightarrow 1\,; \tag{7}$$

$$\Delta\Delta\varphi \leftrightarrow \Delta\varphi\,, \quad \nabla\nabla\varphi \leftrightarrow \nabla\varphi\,; \tag{8}$$

$$\neg\Delta\varphi \leftrightarrow \nabla\neg\varphi\,, \quad \neg\nabla\varphi \leftrightarrow \Delta\neg\varphi\,; \tag{9}$$

$$\Delta(\varphi \wedge \psi) \leftrightarrow (\Delta\varphi \wedge (\psi \rhd \varphi)) \vee (\Delta\psi \wedge (\varphi \rhd \psi))\,; \tag{10}$$

$$\Delta(\varphi \vee \psi) \leftrightarrow (\Delta\varphi \vee (\psi \rhd \varphi)) \wedge (\Delta\psi \vee (\varphi \rhd \psi))\,; \tag{11}$$

$$\nabla(\varphi \wedge \psi) \leftrightarrow (\nabla\varphi \vee (\psi \lhd \varphi)) \wedge (\nabla\psi \vee (\varphi \lhd \psi))\,; \tag{12}$$

$$\nabla(\varphi \vee \psi) \leftrightarrow (\nabla\varphi \wedge (\psi \lhd \varphi)) \vee (\nabla\psi \wedge (\varphi \lhd \psi))\,. \tag{13}$$

Теорема 5. *Интервальная динамическая логика непротиворечива, полна и разрешима в динамической области интерпретации.*

4.3. Прагматика

Определим вторую областью интерпретации интервальной динамической логики – ее прагматику. В отличие от первой области – области стандартной логической интерпретации, или статической, вторую будем называть динамической, и использовать для представления и вывода свойств дискретных динамических процессов, т.е. процессов, описываемых дискретными (логическими или численными) сигналами и функционирующих в дискретные моменты времени.

В этом случае прагматика операций интервальной динамической логики может быть задана статическими ($\neg$, $\wedge$, $\vee$) и динамическими (Δ, ∇, $\rhd$, $\lhd$) логическими элементами, приведенными на рис. 3, где D – потенциальный вход данных триггера, а C – синхронный вход записи данных.

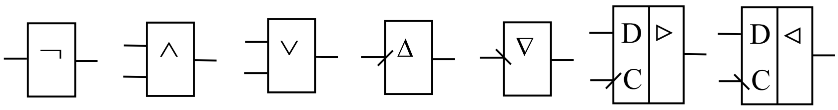

Рис. 3. Логические и темпоральные элементы

Из (4) получаем эквивалентные схемы производных темпоральных элементов (рис. 4).

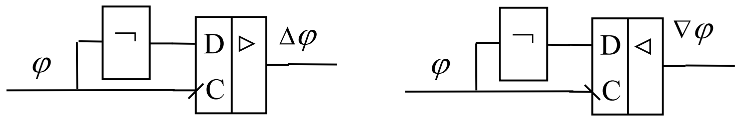

Рис. 4. Производные темпоральные элементы

Теорема 6. *Интервальная динамическая логика эквивалентна конечно-автоматному формализму.*

2. Демонстрационный пример

Покажем на примерах решение двух основных задач интервальной динамической логики: задачи синтеза и задачи анализа. Задача синтеза заключается в описании на языке интервальной динамической логики некоторого процесса, заданного своей временной диаграммой. В противоположность этому, задача анализа заключается в построении временной диаграммы процесса по его описанию на языке интервальной динамической логики.

Пример 1. Опишем на языке интервальной динамической логики некоторый процесс, заданный временной диаграммой на рис. 5. При построении формулы будем исходить из того, что при мониторинге процесса должна выполняться конструируемая формула.

Разобьём временную диаграмму на четыре последовательных интервала: 1, 2, 3, 4, задаваемых характерными моментами процесса. Выразим эти интервалы через формулы с темпоральными операциями:

$$\nabla\neg A,\quad A,\quad \neg(A \lhd \neg B),\quad \Delta B\,.$$

Теперь запишем условия, проверяемые на каждом интервале:

$$\neg A \wedge B \wedge (c = \mathrm{c1}),\ \neg B \wedge (c > \mathrm{c1}),\ \neg A \wedge \neg B \wedge (c = \mathrm{c2}),\ \neg A \wedge B \wedge (c = \mathrm{c2}).$$

Объединим формулы, описывающие каждый из интервалов, и получим

$$(\nabla\neg A \wedge (\neg A \wedge B \wedge (c = \mathrm{c1}))) \vee$$

$$(A \wedge \neg B \wedge (c > \mathrm{c1})) \vee$$

$$(\neg A \rhd B) \wedge (\neg A \wedge \neg B \wedge (c = \mathrm{c2}))) \vee$$

$$(\Delta B \wedge (\neg A \wedge B \wedge (c = \mathrm{c2})))\,.$$

Заметим, что реализация найденной формулы дает устройство или алгоритм для мониторинга процесса, описанного с помощью заданной временной диаграммы. ♦

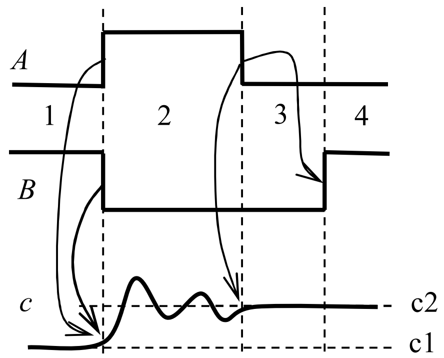

Рис. 5. Задача синтеза

Пример 2. Пусть мониторинг некоторого процесса заключается в проверке истинности следующей формулы:

$$(\nabla\neg A \wedge \neg A \wedge B) \vee ((A \rhd \neg B) \wedge A \wedge B) \vee (\neg(B \lhd A) \wedge A \wedge \neg B) \vee (\Delta\neg A \wedge \neg A \wedge \neg B)\,.$$

Используя аксиомы и теоремы (1)-(3), выполним тождественные преобразования заданной формулы и найдем ее конъюнкты, темпоральные операции которых зависят только от переменных или их отрицаний:

$$\begin{cases} \Delta\neg A \wedge \neg A \wedge \neg B; \\ \nabla\neg A \wedge \neg A \wedge B; \\ (A \rhd \neg B) \wedge A \wedge B; \\ (\neg B \rhd \neg A) \wedge A \wedge \neg B. \end{cases}$$

Сформируем интервалы и полуинтервалы, задаваемые темпоральными операциями конъюнктов, указывая стрелками направления изменения переменных на их границах (рис. 6).

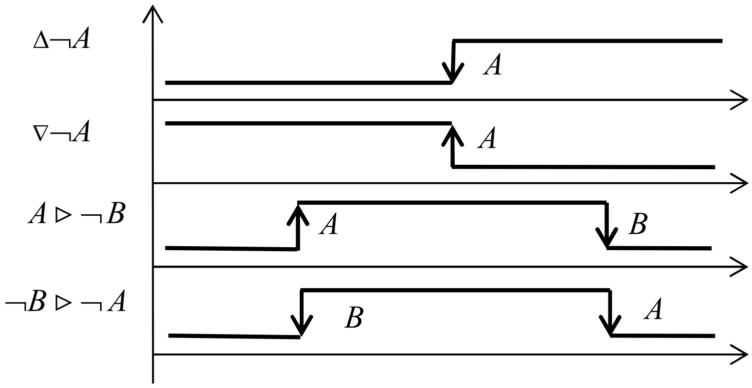

Рис. 6. Интервалы темпоральных операций

Теперь совместим однонаправленные направления изменения переменных, сдвигая и растягивая интервалы темпоральных операций таким образом, чтобы обеспечить чередование направлений изменений переменных (рис. 7).

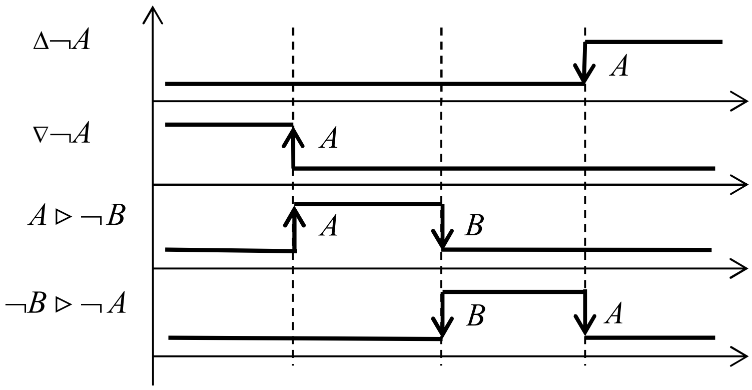

Рис. 7. Совмещение границ интервалов

После совмещения границ интервалов строим итоговую временную диаграмму с учетом значений переменных на каждом из интервалов (рис. 4).

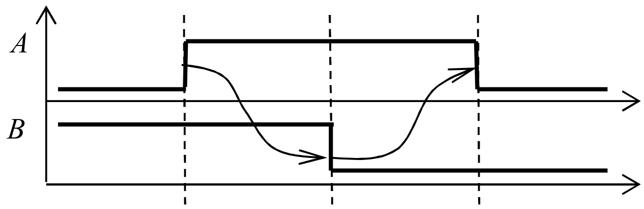

Рис. 8. Задача анализа

Заключение

Как оказалось, наблюдаемое в настоящее время обилие темпоральных логик не является исчерпывающим, так как не позволяет выразить в простой и естественной форме динамическую концепцию времени и реализовать в рамках этой концепции эффективный дедуктивный вывод.

В настоящей работе введена и исследована новая динамическая логика, названная интервальной, реализующая динамическую концепцию времени, но сохраняющая возможность эффективного получения интервального описания моделируемых динамических процессов.

Динамический характер разработанной логики определяется тем, что проверка выполнимости формул осуществляется в каждый текущий момент времени, причем сам текущий момент времени определяется не абсолютно, а по каким-либо изменениям предметных переменных.

В свою очередь получение интервального описания динамических процессов основано на решении задачи анализа формул, при котором находится интервальное описание моделируемого процесса и имеющие место быть причинно-следственные связи.

Литература

1. *Vila L.* A survey on temporal reasoning in artificial intelligence // AI Communications. – Vol. 7, 1. – 1994. P. 4-28.
2. *Russell B.* Principles of Mathematics. – London: George & Unwin, 1903. – 586 p.
3. *Prior A.N.* Past, Present and Future. – Oxford: Clarendon Press, 1967. – 228 p.
4. *Allen J.F.* Maintaining Knowledge about Temporal Intervals // Communications of the ACM. – 1983. – Vol. 26, No. 11. – P. 832-843.
5. *Анисов А.М.* Время и компьютер. Негеометрический образ времени. – М.: Наука, 1991. – 152 с.
6. *Кондрашина Е.Ю., Литвинцева Л.А., Поспелов Д.А.* Представление знаний о времени и пространстве в интеллектуальных системах / Под ред. Д.А. Поспелова. М.: Наука, 1989. – 328 с.

7. *Пригожин И., Стенгерс И.* Время. Хаос. Квант. К решению парадокса времени: Пер. с англ. – М.: КомКнига, 2005. – 232 с.
8. *Harel D., Kozen D., Tiuryn J.* Dynamic logic. – Cambridge: MIT Press, 2000. – 476 p.
9. *Гильберт Д., Бернайс П.* Основания математики. Том I. Логические исчисления и формализация арифметики. – М.: Наука, 1979. – 560 с.